

VORLESUNGEN ÜBER DIFFERENZENRECHNUNG

VON

NIELS ERIK NÖRLUND

ORD. PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER
UNIVERSITÄT KOPENHAGEN

MIT 54 TEXTFIGUREN

Nachrichtentechnische Bibliothek
der Techn. Hochschule Darmstadt

Inv.-Nr.: 6151 / ÜT

CHELSEA PUBLISHING COMPANY
NEW YORK • 1954

VORLESUNGEN ÜBER DIFFERENZENRECHNUNG

VON

NIELS ERIK NÖRLUND

ORD. PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER
UNIVERSITÄT KOPENHAGEN

MIT 54 TEXTFIGUREN

Nachrichtentechnische Bibliothek
der Techn. Hochschule Darmstadt

Inv.-Nr.: 6151 / ÜT

CHELSEA PUBLISHING COMPANY
NEW YORK · 1954

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	1
Erstes Kapitel.	
Grundbegriffe.	
§ 1. Differenzen und Mittelwerte	3
§ 2. Steigungen	8
§ 3. Die Newtonsche und die Lagrangesche Interpolationsformel	10
Zweites Kapitel.	
Die Bernoullischen und Eulerschen Polynome.	
§ 1. Die Bernoullischen Zahlen und Polynome	17
§ 2. Die Eulerschen Zahlen und Polynome	23
§ 3. Die Euler-Maclaurinsche und die Boolesche Summenformel	29
Drittes Kapitel.	
Die Summe einer gegebenen Funktion.	
§ 1. Geschichtliche Bemerkungen	38
§ 2. Definition der Hauptlösungen	40
§ 3. Einige bemerkenswerte Eigenschaften der Hauptlösungen	44
§ 4. Existenzbeweis für die Summe und Wechselsumme	47
§ 5. Die Ableitungen der Hauptlösungen	54
§ 6. Asymptotische Entwicklungen	56
§ 7. Trigonometrische Reihen	61
Viertes Kapitel.	
Die Hauptlösungen im komplexen Gebiet.	
§ 1. Anwendung des Cauchyschen Integralsatzes	69
§ 2. Verallgemeinerungen. Wachstum und Summierbarkeit der Hauptlösungen	76
§ 3. Analytische Fortsetzung der Hauptlösungen	81
§ 4. Asymptotische Reihen. Nähere Untersuchung der Stelle $\omega = 0$	94
Fünftes Kapitel.	
Die Gammafunktion und verwandte Funktionen.	
§ 1. Die Funktionen $\Psi(x)$ und $g(x)$	99
§ 2. Die Gammafunktion	109
§ 3. Die Funktion $\gamma(x)$	115

Sechstes Kapitel.

Die höheren Bernoullischen und Eulerschen Polynome.

§ 1. Die Eulerschen Polynome höherer Ordnung	120
§ 2. Die Bernoullischen Polynome höherer Ordnung	129
§ 3. Bernoullische und Eulersche Polynome von negativer Ordnung	138
§ 4. Ausdrück von Differenzen und Mittelwerten durch Ableitungen. Erzeugende Funktionen der Bernoullischen und Eulerschen Polynome	142
§ 5. Zusammenfallende Spannen	144
§ 6. Verallgemeinerungen der Booleschen und der Euler-Maclaurinschen Summenformel	151

Siebentes Kapitel.

Mehrfache Summen.

§ 1. Existenzbeweis für die Hauptlösungen	163
§ 2. Asymptotische Entwicklungen	169
§ 3. Die Ableitungen der Hauptlösungen	177
§ 4. Multiplikationstheoreme und Spannenintegrale	179
§ 5. Vertauschungformeln für die Operationen Δ , ∇ und \S	184
§ 6. Summen mit gleichen Spannen	188
§ 7. Partielle Summation	193

Achstes Kapitel.

Interpolationsreihen.

§ 1. Interpolationsformeln	198
§ 2. Die Problemstellung der Theorie der Interpolationsreihen	203
§ 3. Die Stirlingsche Reihe	208
§ 4. Die Reihen von Gauß und Bessel	219
§ 5. Die Newtonsche Reihe	222
§ 6. Analytische Fortsetzung der durch eine Newtonsche Reihe definierten Funktion	233
§ 7. Numerische Differentiation und Integration	240
§ 8. Anwendung der Interpolationsreihen auf das Summationsproblem	247

Neuntes Kapitel.

Fakultätenreihen.

§ 1. Die Fakultätenreihe in der Konvergenzhalbene. Integraldarstellungen	257
§ 2. Analytische Fortsetzung der durch eine Fakultätenreihe definierten Funktion	262
§ 3. Darstellbarkeit von Funktionen durch Fakultätenreihen. Zusammenhang mit divergenten Potenzreihen	266
§ 4. Entwicklung der Lösungen von Differenzgleichungen in Fakultätenreihen	268

Zehntes Kapitel.

Allgemeines über homogene lineare Differenzgleichungen.

§ 1. Existenz der Lösungen einer homogenen linearen Differenzgleichung	273
§ 2. Der Satz von Hölder	283
§ 3. Multiplikatoren und adjungierte Differenzgleichung	287
§ 4. Reduktion der Ordnung bei Kenntnis partikulärer Lösungen	289
§ 5. Gleichungen mit konstanten Koeffizienten	295
§ 6. Der Satz von Poincaré	300

Elftes Kapitel.

Homogene lineare Differenzgleichungen mit rationalen Koeffizienten.

§ 1. Den Fuchsschen Differentialgleichungen analoge Differenzgleichungen	315
§ 2. Normale Differenzgleichungen	323
§ 3. Die linearen Relationen zwischen den kanonischen Lösungssystemen	331
§ 4. Verhalten der kanonischen Lösungen bei Annäherung an den unendlich fernen Punkt	337
§ 5. Andere als normale Differenzgleichungen	339
§ 6. Auflösung einiger spezieller Differenzgleichungen	343

Zwölftes Kapitel.

Homogene lineare Differenzgleichungen, deren Koeffizienten sich mit Hilfe von Fakultätenreihen ausdrücken lassen.

§ 1. Aufstellung einer der Differenzgleichung formal genügenden Fakultätenreihe	354
§ 2. Konvergenzbeweis für die gefundene Entwicklung	358
§ 3. Asymptotische Eigenschaften der kanonischen Lösungen	365
§ 4. Analytische Fortsetzung der kanonischen Lösungen	366
§ 5. Differenzgleichungen mit vorgeschriebenem Fundamentalsystem	368
§ 6. Im Unendlichen reguläre Koeffizienten	370
§ 7. Beispiele	375

Dreizehntes Kapitel.

Die Untersuchungen von Birkhoff.

§ 1. Die symbolischen Matrixlösungen	379
§ 2. Die Hauptmatrixlösungen	381
§ 3. Das Riemannsche Problem	384

Vierzehntes Kapitel.

Vollständige lineare Differenzgleichungen.

§ 1. Die Methode von Lagrange. Einiges über die unvollständige Gammafunktion	388
§ 2. Gleichungen mit konstanten Koeffizienten	396
§ 3. Die Hilbschen Untersuchungen	406

Fünfzehntes Kapitel.

Reziproke Differenzen und Kettenbrüche.

§ 1. Reziproke Differenzen. Die Thielesche Interpolationsformel	415
§ 2. Reziproke Ableitungen	426
§ 3. Das Restglied der Thieleschen Interpolationsformel. Integraldarstellungen der reziproken Differenzen	433
§ 4. Auflösung homogener linearer Differenzen- und Differentialgleichungen 2. Ordnung durch Kettenbrüche	438
§ 5. Beispiele	450
Tafeln	456
Literaturverzeichnis	464
Namen- und Sachverzeichnis	532