

Magical sums

Hello [SeqFans](#),

Here is **S**(1) where the sum of any pair of consecutive terms T1 and T2 is given by T1 to which you concatenate the first digit of T2:

S(1) = 1, 10, 99, 899, 8099, 72898, 656088, 5904797, 53143178, 478288606, 4304597458, 38741377125, 348672394128, ...

... we thus have **1+10=11** < 1+1 >
10+99=109 < 10+9 >
99+899=998 < 99+8 >
899+8099=8998 < 899+9 >
8099+72898=80997 < 8099+7 >
72898+656088=728986 < 72898+6 >...

So, if you want to impress your little kid, just ask him to pick any integer of **S**(1) -- say T(n); then ask him again: "Do you want me to add this number to the one just before it in **S**? Or to the one just after it?"

Whatever your beta-tester will select, you'll give him the answer in a millisecond!

S(1) to **S**(9) start like this ([thanks](#) to **Nicolas Graner** - more terms by **Gilles Esposito-Farèse** below):

S(1) = 1, 10, 99, 899, 8099, 72898, 656088, 5904797, 53143178, 478288606, 4304597458, 38741377125, ...
S(2) = 2, 19, 172, 1549, 13942, 125479, 1129312, 10163809, 91474290, 823268618, 7409417569, 66684758127, ...
S(3) = 3, 29, 263, 2369, 21323, 191908, 1727173, 15544558, 139901023, 1259109208, 11331982873, 101987845858, ...
S(4) = 4, 39, 354, 3189, 28703, 258329, 2324963, 20924669, 188322022, 1694898199, 15254083792, 137286754129, ...
S(5) = 5, 49, 445, 4009, 36084, 324759, 2922833, 26305499, 236749493, 2130745439, 19176708952, 172590380569, ...
S(6) = 6, 59, 536, 4828, 43456, 391107, 3519966, 31679697, 285117275, 2566055477, 23094499295, 207850493657, ...
S(7) = 7, 69, 627, 5648, 50837, 457537, 4117837, 37060536, 333544827, 3001903446, 27017131016, 243154179146, ...
S(8) = 8, 79, 718, 6468, 58217, 523958, 4715626, 42440638, 381965745, 3437691708, 30939225375, 278453028377, ...
S(9) = 9, 89, 809, 7288, 65598, 590387, 5313488, 47821396, 430392568, 3873533115, 34861798038, 313756182345, ...

(...)
Best,
É.

P.-S. (1)

To improve the little "addition trick" above, one could submit to the poor guinea pig a list where the nine sequences **S**(1) to **S**(9) -- each of one having, say, 15 terms -- follow each other with no visible interruption between them. If the kid points to an addition involving a single-digit integer, you'll make the *real* addition. If he doesn't, then the "gluing rule" (left or right) will operate...

P.-S. (2)

All figures in the above mail have been corrected, thanks to **Nicolas**.

A few explanations in French (to my friend **Alexandre**), followed by the proof that the seq is infinite (in French also, by **Nicolas**):

[**Éric**]:

> Alexandre, la suite que j'ai envoyée à SeqFans est de la pure magie ! Elle a été affreusement difficile à concevoir (je croyais que la tâche était impossible) -- puis incroyablement facile à construire (à la main). Regarde comment on pourrait calculer **S**(5):

$$\mathbf{S}(5) = 5, 50\dots$$

Quel est le nombre qui, ajouté à 50, se lit 50a ? ("a" = un seul digit)

On pose une bête addition à trous :

$$\begin{array}{r} 50 \\ + a \ . \ . \\ \hline = 50a \end{array}$$

Nous voulons que le nombre cherché (celui qui commence par "a") soit le plus petit possible ; on voit que "a" ne peut être égal qu'à 4 ou 5 ;

On essaie 4 :

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 4 \ . \ . \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ = 504 \end{array}$$

... l'addition se complète toute seule de droite à gauche :

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 4.4 \\ \text{-----} \\ = 504 \end{array}$$

puis :

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 454 \\ \text{-----} \\ = 504 \end{array}$$

Voilà, nous avons le nombre qui prolonge S(5) :

$$\mathbf{S}(5) = 5, 50, 454, \dots$$

On voit que $50 + 454 = 504$ soit $\langle 50+4 \rangle$ (concaténés)

Et maintenant ? On fait la même chose avec 454 !

$$\begin{array}{r} 454 \\ + a. . . \\ \text{-----} \\ = 454a \end{array}$$

Que peut valoir "a" ? Pas plus que 4, évidemment -- mais pas moins non plus (si "a" = 3 on n'arrivera pas, même avec une retenue gagnée sur l'addition précédente, à obtenir la 4 initial du résultat) :

$$\begin{array}{r} 454 \\ + 4. . . \\ \text{-----} \\ = 4544 \end{array}$$

L'addition à trous se complète de D à G facilement :

$$\begin{array}{r} 454 \\ + 4. . 0 \\ \text{-----} \\ = 4544 \end{array}$$

... puis :

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 4 \\
 +\ 4\ .\ 9\ 0 \\
 \hline
 =\ 4\ 5\ 4\ 4
 \end{array}$$

... puis :

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 4 \\
 +\ 4\ 0\ 9\ 0 \\
 \hline
 =\ 4\ 5\ 4\ 4
 \end{array}$$

... voilà : le nombre qui prolonge **s(5)** est 4090 :

$$\mathbf{s(5)} = 5, 50, 454, 4090, \dots$$

On voit que 454 + 4090 fait bien 4544 soit $\langle 454+4 \rangle$ (concaténés)

On enchaîne avec 4090...

$$\begin{array}{r}
 4\ 0\ 9\ 0 \\
 +\ a\ .\ .\ .\ . \\
 \hline
 =\ 4\ 5\ 4\ 4\ a
 \end{array}$$

... où l'on voit vite que "a" ne peut être égal qu'à 4, encore :

$$\begin{array}{r}
 4\ 0\ 9\ 0 \\
 +\ 4\ .\ .\ .\ . \\
 \hline
 =\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4
 \end{array}$$

... ce qui donnera, in fine :

$$\begin{array}{r}
 4\ 0\ 9\ 0 \\
 +\ 4\ 1\ 3\ 5\ 4 \\
 \hline
 =\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4
 \end{array}$$

... avec 41354 qui vient prolonger la suite :

$$\mathbf{s(5)} = 5, 50, 454, 4090, 41354, \dots$$

Tu es né en 1952 ? On construit "ta" suite **S(1952)** !

$$\mathbf{s(1952)} = 1952, \dots$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 9\ 5\ 2 \\
 +\ a\ .\ .\ .\ .
 \end{array}$$

$$= \begin{array}{r} \text{-----} \\ 1\ 9\ 5\ 2\ a \end{array}$$

... soit :

$$\begin{array}{r} 1\ 9\ 5\ 2 \\ +\ 1\ .\ .\ .\ . \\ \text{-----} \\ =\ 1\ 9\ 5\ 2\ 1 \end{array}$$

... et :

$$\begin{array}{r} 1\ 9\ 5\ 2 \\ +\ 1\ 7\ 5\ 6\ 9 \\ \text{-----} \\ =\ 1\ 9\ 5\ 2\ 1 \end{array}$$

S(Alexandre) = **S**(1952) = 1952, 17569, 158122, 1423099, 12807892, 115271029, 1037439262, 9336953367, 84032580311, 756293222806, ...

Magique, je vous dis !

[Nicolas Graner] :

As-tu cherché à prouver que ta suite est toujours définie ? A priori ça ne m'a pas paru évident, mais finalement la réponse est oui. Je suppose que tu l'as vu (et Gilles aussi, en quelques femtosecondes :) mais voici tout de même mon raisonnement.

On cherche un chiffre A tel que $9S+A$ commence par A. Si on prend n'importe quel nombre P et qu'on cherche un A tel que $P+A$ commence par A :

- la plupart du temps, il suffit de prendre pour A le premier chiffre de P.
- quand P est de la forme $x99\dots99y$ avec $x+y > 9$ et $x < 9$, ça ne marche pas avec $A=x$ mais ça marche avec $A=x+1$
- pour P de la forme $99\dots99$ ça marche avec $A=1$
- le seul cas qui ne marche pas est la forme $99\dots99y$ avec $0 < y < 9$. Dans ce cas aucun A n'est tel que $P+A$ commence par A.

Mais ce qui nous sauve (et que je n'avais pas réalisé tout de suite) c'est qu'on ne part pas de n'importe quel P mais de $P = 9S$, et qu'un multiple de 9 n'est jamais de cette forme. Donc tout va bien :)

Un point sur lequel je n'ai pas été explicite est que ce que tu as défini, Eric, n'est pas vraiment une suite mais plutôt une fonction : à chaque entier on associe un entier unique, qui est le plus petit ayant une certaine propriété. Bien sûr comme toute fonction on peut l'itérer pour obtenir une suite, mais la définition n'implique pas de s'inscrire dans une suite.

J'ai modifié ma page pour qu'elle affiche le successeur de chaque nombre de 1 à x quand on lui fournit comme paramètre n=0. [Exemple](#) :

<http://graner.net/nicolas/tmp/magique.php?n=0&x=100>

<http://graner.net/nicolas/tmp/magique.php?x=1952&n=10>

x = valeur initiale,

1 par défaut

n = nombre de

valeurs à calculer, 15 par défaut

Nicolas

[Gilles Esposito-Farèse] :

Voilà ce que ça donne en *Mathematica*. [En relisant, je vois qu'on pourrait le rendre plus élégant, et je te parie que Nicolas va me (ou nous) l'écrire, mais l'essentiel est qu'il marche.]

```
premierChiffre[x_] := IntegerPart[N[x/10^IntegerPart[Log[10,
x]]]];
successeur[x_] :=(
  y = 1;
  If[premierChiffre[z = 9x+y] == y, z,
    y = premierChiffre[9x];
    If[premierChiffre[z = 9x+y] == y, z,
      y += 1;
      If[premierChiffre[z = 9x+y] == y, z,
        Print["Bug"]]]]);
```

```
NestList[successeur, 1, 50]
```

```
s(1) = 1, 10, 99, 899, 8099, 72898, 656088, 5904797, 53143178,
478288606, 4304597458, 38741377125, 348672394128, 3138051547155,
28242463924397, 254182175319575, 2287639577876177,
20588756200885595, 185298805807970356, 1667689252271733205,
15009203270445598846, 135082829434010389615,
1215745464906093506536, 10941709184154841558825,
98475382657393574029434, 886278443916542166264914,
7976505995248879496384233, 71788553957239915467458104,
646096985615159239207122942, 5814872870536433152864106483,
```

52333855834827898375776958352, 471004702513451085381992625172,
 4239042322621059768437933626552, 38151380903589537915941402638971,
 343362428132305841243472623750742,
 3090261853190752571191253613756681,
 27812356678716773140721282523810131,
 250311210108450958266491542714291181,
 2252800890976058624398423884428620631,
 20275208018784527619585814959857585681,
 182476872169060748576272334638718271130,
 1642291849521546737186451011748464440171,
 14780626645693920634678059105736179961540,
 133025639811245285712102531951625619653861,
 1197230758301207571408922787564630576884750,
 10775076824710868142680305088081675191962751,
 96975691422397813284122745792735076727664768,
 872781222801580319557104712134615690548982920,
 7855031005214222876013942409211541214940846287,
 70695279046928005884125481682903870934467616590,
 636257511422352052957129335146134838410208549316, ...

NestList[successeur, 2, 50]

S(2) = 2, 19, 172, 1549, 13942, 125479, 1129312, 10163809,
 91474290, 823268618, 7409417569, 66684758127, 600162823149,
 5401465408346, 48613188675118, 437518698076066, 3937668282684597,
 35439014544161376, 318951130897452387, 2870560178077071485,
 25835041602693643367, 232515374424242790305,
 2092638369818185112747, 18833745328363666014724,
 169503707955272994132517, 1525533371597456947192654,
 13729800344377112524733887, 123568203099394012722604984,
 1112113827894546114503444857, 10009024451050915030531003714,
 90081220059458235274779033435, 810730980535124117473011300923,
 7296578824816117057257101708314, 65669209423345053515313915374832,
 591022884810105481637825238373493,
 5319205963290949334740427145361442,
 47872853669618544012663844308252982,
 430855683026566896113974598774276842,
 3877701147239102065025771388968491581,
 34899310325151918585231942500716424232,
 314093792926367267267087482506447818091,
 2826844136337305405403787342558030362821,
 25441597227035748648634086083022273265391,
 228974375043321737837706774747200459388521,
 2060769375389895640539360972724804134496691,
 18546924378509060764854248754523237210470220,
 166922319406581546883688238790709134894231981,
 1502300874659233921953194149116382214048087830,
 13520707871933105297578747342047439926432790471,
 121686370847397947678208726078426959337895114240,
 1095177337626581529103878534705842634041056028161, ...

NestList[successeur, 3, 50]

s(3) = 3, 29, 263, 2369, 21323, 191908, 1727173, 15544558, 139901023, 1259109208, 11331982873, 101987845858, 917890612731, 8261015514587, 74349139631290, 669142256681616, 6022280310134550, 54200522791210955, 487804705120898599, 4390242346088087395, 39512181114792786558, 355609630033135079025, 3200486670298215711228, 28804380032683941401054, 259239420294155472609488, 2333154782647399253485394, 20998393043826593281368548, 188985537394439339532316933, 1700869836549954055790852398, 15307828528949586502117671583, 137770456760546278519059044248, 1239934110844916506671531398233, 11159406997604248560043782584098, 100434662978438237040394043256883, 903911966805944133363546389311956, 8135207701253497200271917503807612, 73216869311281474802447257534268515, 658951823801533273222025317808416641, 5930566414213799458998227860275749774, 53375097727924195130984050742481747971, 480375879551317756178856456682335731743, 4323382915961859805609708110141021585691, 38910446243656738250487372991269194271222, 350194016192910644254386356921422748441001, 3151746145736195798289477212292804735969012, 28365715311625762184605294910635242623721110, 255291437804631859661447654195717183613489992, 2297622940241686736953028887761454652521409930, 20678606462175180632577259989853091872692689372, 186107458159576625693195339908677826854234204349, 1674967123436189631238758059178100441688107839142, ...

NestList[successeur, 4, 50]

s(4) = 4, 39, 354, 3189, 28703, 258329, 2324963, 20924669, 188322022, 1694898199, 15254083792, 137286754129, 1235580787162, 11120227084459, 100082043760132, 900738393841197, 8106645544570781, 72959809901137036, 656638289110233330, 5909744601992099975, 53187701417928899780, 478689312761360098024, 4308203814852240882220, 38773834333670167939983, 348964509003031511459850, 3140680581027283603138653, 28266125229245552428247879, 254395127063209971854230913, 2289556143568889746688078219, 20606005292120007720192703973, 185454047629080069481734335758, 1669086428661720625335609021823, 15021777857955485628020481196408, 135196000721599370652184330767673, 1216764006494394335869658976909058, 10950876058449549022826930792181523, 98557884526045941205442377129633716, 887020960734413470848981394166703452, 7983188646609721237640832547500331075, 71848697819487491138767492927502979682, 646638280375387420248907436347526817144, 5819744523378486782240166927127741354301,

52377700710406381040161502344149672188714,
 471399306393657429361453521097347049698430,
 4242593757542916864253081689876123447285874,
 38183343817886251778277735208885111025572869,
 343650094360976266004499616879965999230155824,
 3092850849248786394040496551919693993071402419,
 27835657643239077546364468967277245937642621773,
 250520918789151697917280220705495213438783595959,
 2254688269102365281255521986349456920949052363633, ...

NestList[successeur, 5, 50]

s(5) = 5, 49, 445, 4009, 36084, 324759, 2922833, 26305499,
 236749493, 2130745439, 19176708952, 172590380569,
 1553313425122, 13979820826099, 125818387434892,
 1132365486914029, 10191289382226262, 91721604440036367,
 825494439960327311, 7429449959642945806,
 66865049636786512260, 601785446731078610346,
 5416069020579707493119, 48744621185217367438075,
 438701590666956306942679, 3948314316002606762484114,
 35534828844023460862357029, 319813459596211147761213264,
 2878321136365900329850919378, 25904890227293102968658274404,
 233144012045637926717924469638,
 2098296108410741340461320226744,
 18884664975696672064151882040697,
 169961984781270048577366938366274,
 1529657863031430437196302445296467,
 13766920767282873934766722007668204,
 123902286905545865412900498069013837,
 1115120582149912788716104482621124534,
 10036085239349215098444940343590120807,
 90324767154142935886004463092311087272,
 812922904387286422974040167830799785456,
 7316306139485577806766361510477198069111,
 65846755255370200260897253594294782622005,
 592620797298331802348075282348653043598050,
 5333587175684986221132677541137877392382455,
 48002284581164875990194097870240896531442099,
 432020561230483883911746880832168068782978895,
 3888185051074354955205721927489512619046810058,
 34993665459669194596851497347405613571421290525,
 314942989137022751371663476126650522142791614728,
 2834486902233204762344971285139854699285124532554, ...

NestList[successeur, 6, 50]

s(6) = 6, 59, 536, 4828, 43456, 391107, 3519966, 31679697,
 285117275, 2566055477, 23094499295, 207850493657, 1870654442914,
 16835889986227, 151523009876044, 1363707088884397,
 12273363799959574, 110460274199636167, 994142467796725512,
 8947282210170529616, 80525539891534766552, 724729859023812898975,
 6522568731214316090781, 58703118580928844817034,
 528328067228359603353311, 4754952605055236430179803,

42794573445497127871618231, 385151161009474150844564082,
 3466360449085267357601076741, 31197244041767406218409690672,
 280775196375906655965687216050, 2526976767383159903691184944452,
 22742790906448439133220664500070,
 204685118158035952198985980500632,
 1842166063422323569790873824505689,
 16579494570800912128117864420551202,
 149215451137208209153060779784960819,
 1342939060234873882377547018064647372,
 12086451542113864941397923162581826349,
 108778063879024784472581308463236437142,
 979002574911223060253231776169127934287,
 8811023174201007542279085985522151408591,
 79299208567809067880511773869699362677326,
 713692877110281610924605964827294264095941,
 6423235893992534498321453683445648376863475,
 57809123045932810484893083151010835391771280,
 520282107413395294364037748359097518525941525,
 4682538966720557649276339735231877666733473729,
 42142850700485018843487057617086899000601263565,
 379285656304365169591383518553782091005411372088,
 3413570906739286526322451666984038819048702348795, ...

NestList[successeur, 7, 50]

S(7) = 7, 69, 627, 5648, 50837, 457537, 4117837, 37060536,
 333544827, 3001903446, 27017131016, 243154179146, 2188387612316,
 19695488510845, 177259396597606, 1595334569378455,
 14358011124406096, 129222100119654865, 1162998901076893786,
 10466990109692044075, 94202910987228396684, 847826198885055570164,
 7630435789965500131483, 68673922109689501183353,
 618065298987205510650183, 5562587690884849595851652,
 50063289217963646362664873, 450569602961672817263983861,
 4055126426655055355375854753, 36496137839895498198382692780,
 328465240559059483785444235023, 2956187165031535354068998115209,
 26605684485283818186620983036883,
 239451160367554363679588847331949,
 2155060443307989273116299625987543,
 19395543989771903458046696633887888,
 174559895907947131122420269704990993,
 1571039063171524180101782427344918938,
 14139351568543717620916041846104270443,
 127254164116893458588244376614938433988,
 1145287477052041127294199389534445905893,
 10307587293468370145647794505810013153038,
 92768285641215331310830150552290118377351,
 834914570770937981797471354970611065396167,
 7514231136938441836177242194735499588565510,
 67628080232445976525595179752619496297089596,
 608652722092013788730356617773575466673806370,
 5477874498828124098573209559962179200064257335,
 49300870489453116887158886039659612800578316019,

443707834405078051984429974356936515205204844175,
3993370509645702467859869769212428636846843597578, ...

NestList[successeur, 8, 50]

S(8) = 8, 79, 718, 6468, 58217, 523958, 4715626, 42440638,
381965745, 3437691708, 30939225375, 278453028377, 2506077255395,
22554695298557, 202992257687015, 1826930319183136,
16442372872648225, 147981355853834026, 1331832202684506235,
11986489824160556116, 107878408417445005045,
970905675757005045414, 8738151081813045408734,
78643359736317408678613, 707790237626856678107524,
6370112138641710102967722, 57331009247775390926709503,
515979083229978518340385532, 4643811749069806665063469792,
41794305741628259985571228132, 376148751674654339870141053191,
3385338765071889058831269478722, 30468048885647001529481425308501,
274212439970823013765332827776511,
2467911959737407123887995449988601,
22211207637636664114991959049897411,
199900868738729977034927631449076700,
1799107818648569793314348683041690301,
16191970367837128139829138147375212710,
145727733310534153258462243326376914391,
1311549599794807379326160189937392229520,
11803946398153266413935441709436530065681,
106235517583379397725418975384928770591130,
956119658250414579528770778464358935320179,
8605076924253731215758937006179230417881619,
77445692318283580941830433055613073760934578,
697011230864552228476473897500517663848411208,
6273101077780970056288265077504658974635700878,
56457909700028730506594385697541930771721307907,
508121187300258574559349471277877376945491771168,
4573090685702327171034145241500896392509425940516, ...

NestList[successeur, 9, 50]

S(9) = 9, 89, 809, 7288, 65598, 590387, 5313488, 47821396,
430392568, 3873533115, 34861798038, 313756182345, 2823805641107,
25414250769965, 228728256929687, 2058554312367185,
18526988811304666, 166742899301741995, 1500686093715677956,
13506174843441101605, 121555573590969914446,
1094000162318729230015, 9846001460868563070144,
88614013147817067631304, 797526118330353608681743,
7177735064973182478135694, 64599615584758642303221252,
581396540262827780728991273, 5232568862365450026560921462,
47093119761289050239048293162, 423838077851601452151434638462,
3814542700664413069362911746161, 34330884305979717624266205715452,
308977958753817458618395851439071,
2780801628784357127565562662951641,
25027214659059214148090063966564771,
225244931931532927332810575699082941,
2027204387383796345995295181291746471,

18244839486454167113957656631625718240,
 164203555378087504025618909684631464161,
 1477831998402787536230570187161683177450,
 13300487985625087826075131684455148597051,
 119704391870625790434676185160096337373460,
 1077339526835632113912085666440867036361141,
 9696055741520689025208770997967803327250278,
 87264501673686201226878938981710229945252510,
 785380515063175811041910450835392069507272597,
 7068424635568582299377194057518528625565453380,
 63615821720117240694394746517666757630089080426,
 572542395481055166249552718659000818670801723839,
 5152881559329496496245974467931007368037215514556, ...

NestList[successeur, 10, 50]

S(10) = 10, 99, 899, 8099, 72898, 656088, 5904797, 53143178,
 478288606, 4304597458, 38741377125, 348672394128, 3138051547155,
 28242463924397, 254182175319575, 2287639577876177,
 20588756200885595, 185298805807970356, 1667689252271733205,
 15009203270445598846, 135082829434010389615,
 1215745464906093506536, 10941709184154841558825,
 98475382657393574029434, 886278443916542166264914,
 7976505995248879496384233, 71788553957239915467458104,
 646096985615159239207122942, 5814872870536433152864106483,
 52333855834827898375776958352, 471004702513451085381992625172,
 4239042322621059768437933626552, 38151380903589537915941402638971,
 343362428132305841243472623750742,
 3090261853190752571191253613756681,
 27812356678716773140721282523810131,
 250311210108450958266491542714291181,
 2252800890976058624398423884428620631,
 20275208018784527619585814959857585681,
 182476872169060748576272334638718271130,
 1642291849521546737186451011748464440171,
 14780626645693920634678059105736179961540,
 133025639811245285712102531951625619653861,
 1197230758301207571408922787564630576884750,
 10775076824710868142680305088081675191962751,
 96975691422397813284122745792735076727664768,
 872781222801580319557104712134615690548982920,
 7855031005214222876013942409211541214940846287,
 70695279046928005884125481682903870934467616590,
 636257511422352052957129335146134838410208549316,
 5726317602801168476614164016315213545691876943849, ...

Many thanks to **Nicolas, Gilles** and **Alexandre!**

Best,

É.

[Reminder for Éric: when Nicolas' dynamic page will disappear from Nicolas' server, please use this on my server]:

```
<?
/*
calcul de la suite telle que la somme
s(n) + s(n+1) s'obtient en concaténant le
premier chiffre de s(n+1) après s(n).

Eric Angelini, 18/04/2013

http://www.cetteadressecomportecinquantesignes.com/MagicalSum.htm
*/

function premier_chiffre ($n) {
    return (int) substr("$n", 0, 1) ;
}

function suivant ($n) {
    $p = 9*$n ;
    for ( $a = 1 ; $a <= 9 ; $a++ ) {
        if (premier_chiffre($p+$a) == $a) {
            return ($p+$a) ;
        }
    }
    die("rien trouvé pour suivant($n)") ;
}

$x = $_REQUEST["x"] ;
$n = $_REQUEST["n"] ;

if ( $n === "0" ) {
    for ($i=1 ; $i<=$x ; $i++) {
        echo "$i &rarr; ", suivant($i), "<br>\n" ;
    }
} else {
    if (! $x) $x = 1 ;
    if (! $n) $n = 15 ;

    while ($n--) {
        echo "$x, " ;
        $x = suivant($x) ;
    }
}

?>
```